数学科　研究授業

繰り返しの関係を定式化する授業

学　習　指　導　案

日時　平成 27 年 6 月 25 日（木曜日）15:05-15:55
対象　東京学芸大学附属国際中等教育学校 1 年 2 組
　　　26 名（男 8 名，女 18 名）※体験入学生 1 名
授業者　教諭　小林　廉
単元名　事象の見方

１．授業の趣旨

（1）問題意識

変化をとらえる能力を育成することの重要性は論を俟たない．変化をとらえる能力には，変化の基本的なパターンやその特徴を理解する側面と，そのパターンを認識するに至る，変化を分析する方法を獲得する側面があると考えられる（イアン・スチュアート，2000；小寺隆幸，2009）．本研究授業では，後者の「変化を分析する方法の獲得」に焦点をあてる．

我が国の数学教育では，変化をとらえる能力の育成は主として関数指導が担っていると考えらえる．ところがその指導は，“*変化*と*対応*”の枠組みでみると*対応*に主眼があるものになっており，*変化*のパターンを定式化することの明確な指導は高等学校数学科「数学 B」の単元「数列」における漸化式まで待たなくてはならない[1]．それでは遅いと考える．*対応*でなくとも*変化*のパターンを定式化できれば，テクノロジーを利用することで変化の様子をとらえることができる．そもそも，大域的変化をとらえようとする際にまず局所的変化のパターンに着目するのは自然かつ基本的な方略である．少なくとも義務教育段階において[2]，*変化*（局所的変化）のパターンを定式化することで変化をとらえて問題を解決することの指導がもっと明示的に行われるべきではないだろうか.

そこで本時を含む一連の授業では，中学校 1 年生を対象として，*変化*のパターンとしての繰り返しの関係（再帰関係）を内在する事象の探究を課すことによって，その関係を定式化することで変化をとらえて問題を解決することの指導を試みる．

（2）本校のカリキュラムと本時の位置づけ

本校はインターナショナルバカロレア認定校であり，現在はその中等教育課程（MYP）を実施している．MYP 数学の目標・評価規準は，次の 4 観点から構成されている．

---

[1] しかも単元「数列」では，漸化式に表すことができればテクノロジーの利用と合わせて大局的な変化をとらえることができるにも関わらず，結局は「漸化式を解く」ことに終始してしまっている．「漸化式を解く」ことだけではなく，「漸化式に表す」ことがもっと重要視されるべきである．

[2] 算数科においても表を分析する際に「よこのきまり」の視点が用いられている．ところが，生徒がそのきまりを式化する実態は少数ながら確認されても，授業としてはそのきまりを式化しないことが示唆されている（武井祐子・藤井斉亮，2003）．

- 目標・規準 A．知識と理解
- 目標・規準 B．パターンの探究
- 目標・規準 C．コミュニケーション
- 目標・規準 D．実生活の文脈での数学の応用

本時の目標は B と D に関わる．以下に，MYP 第 1 学年における B と D の目標（到達度レベルが最高である評価規準[3]）を挙げる（IBO,2014,p.38,40）．

- 観点 B

i. 数学的問題解決の技能を選択・適用して正しいパターンを認識する
ii. パターンを正しい知見と矛盾しない関係性あるいは一般的な規則として記述する．
iii. そのパターンが他の例でも機能するか検証する．

- 観点 D

i. 真正な実生活の状況の関係要素を特定する．
ii. 真正な実生活の状況をモデル化するために適当な数学的ストラテジーを選択する．
iii. 真正な実生活の状況に対する正しい解決に到達するために選択された数学的ストラテジーを適用する．
iv. 解決の正確性の程度を説明する．
v. 解決が真正な実生活の状況の文脈において意味をなすかどうか正確に記述する．

本校では，MYP への対応も視野に入れて独自のカリキュラムを実施しており，中学校第 1 学年の 2 番目の単元として「事象の見方」を設けている（単元の配列については後述する）．その単元には，先の問題意識に基づいて，第 2 節として「繰り返しの関係」を設けている．本時はこの節の最初に位置づくものである．本時を含む「繰り返しの関係」の指導では，事象に潜む繰り返しの関係というパターンを認識し（B①），一般的な規則として記述（定式化）する力（B②/D②），そしてその規則に基づく数値計算を実行し（D③），その結果を事象に照らして解釈する力（D④⑤）の育成を目指す．

（3）数学的プロセスの質を高めるという視点から

東京学芸大学附属中高数学教育研究会では，「数学的プロセスの質を高める授業」を主題として研究を進めてきている．その視点から本時について述べる．

上に述べたとおり，単元「事象の見方」の第 2 節「繰り返しの関係」では，事象に潜む繰り返しの関係というパターンを認識し，一般的な規則として定式化する力，そしてその規則に基づく数値計算を実行し，その結果を事象に照らして解決する力の育成を目指している．とりわけ本時は，繰り返しの関係というパターンを認識し，一般的な規則として定式化するプロセスの質を高めることに焦点がある．

本時以前の生徒の経験として，算数科 4 年「変わり方調べ」や 6 年「比例と反比例」において表を調べる際に，独立変数に該当する量が 1 ずつ増えるときに従属変数に該当する量がどれだけ変わるかということには答えてきている．それは言葉での記述であり，また，繰り返しの関係として認識しているかは定かではない．一方で本節では，繰り返しの関係であると明確に認識し，それを等式に表現することを目指す．正式な表現は漸化式であるが，数列の表記は中学 1 年生には難しい．そこで第 2 節「繰り返

[3] MYP では各評価規準全て 8 点満点と定められており，ここに挙げたのは 7～8 点に該当すると定められている評価規準である．

しの関係」では，繰り返しの関係を記述するために“NOW-NEXT”という式が導入される（例えば，NEXT=NOW×2）．すなわち，*変化*のパターンを繰り返しの関係として認識しているか定かではなく，そのパターンを言葉でしか記述できなかった状態から，繰り返しの関係として明確に認識し，等式で定式化できる状態へと高まっていくことを目指すのである．

しかし，節の最初である本時においていきなり“NOW-NEXT”に定式化できるようになるわけではない．本時では，教師が次の 3 点に留意した指導を行う必要があると考える．第一に，生徒たちが繰り返しの関係であることを実感できる活動を設けることである．第二に，その活動を対象化できるようにすることである．第三に，繰り返しの関係を等式に記述することの価値を実感できるようにすることである．いくつかの事象を探究していく中で繰り返しの関係を記述することの価値を実感して初めて，それを決まった形に表現していこうということになると考えられる．“NOW-NEXT”の導入はその際に行う．本時ではまず，事象に即した言葉の等式に表現できればよいと考える．ただし，このときの「言葉」は，たとえ事象に即していても，数列でいう隣接二項間の関係すべてに言及できるような言葉の利用を目指したい．

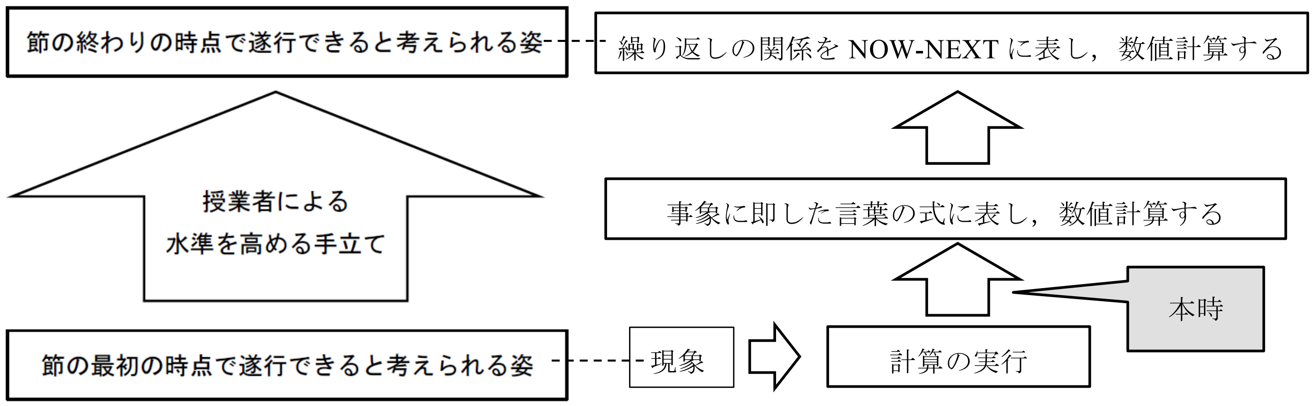


図 1　本節で目指す数学的プロセスの質の高まりと本時の位置づけ

中学校 1 学年の生徒に対して繰り返しの関係を等式に表現することの指導は他で行われていないため，実際に生徒が繰り返しの関係をどう認識し，表現し，活用していくのかは明らかになっていない．本時では，その実態の一端を明らかにしたい．そのうえで，繰り返しの関係を定式化すれば変化の様子をとらえられるという価値を実感させ，今後の事象の探究に活かしていけるようにしたい．

２．単元「事象の見方」の位置づけと指導計画

（1）単元「事象の見方」の位置づけ

本校第 1 学年の単元配列は以下のとおりである．

表 1　本校第 1 学年の単元配列

章番号	単元名	節構成
第 1 章	数の見方	§1　整数／§2　正の数・負の数
第 2 章	事象の見方	§1　表とグラフ／§2　繰り返しの関係／§3　文字式と 1 次方程式
第 3 章	図形の見方	§1　空間図形と平面図形／§2　図形の構成／§3　図形の求積
第 4 章	データの分析	§1　問題を解決する／§2　傾向を捉える

本校のカリキュラムは代数・関数，幾何，確率・統計，離散数学の 4 領域で構成されており，「事象の見方」は代数・関数領域に該当する．代数・関数領域の中心は数学的モデルとしての関数の利用にあり，その最初にあたる単元が「事象の見方」である．それゆえ本単元では，関数関係を表現するに当たって不可欠な文字式の学習が 3 節「文字式と 1 次方程式」として位置づいている．一方でそれ以前に 1 節「表とグラフ」と 2 節「繰り返しの関係」が位置づいている理由は次のとおりである．「表とグラフ」では関数関係を式に表現できずとも表やグラフに整理すれば解決できることがあることを学ぶが，表やグラフに整理することは関数関係を表現するに当たって基本的な手段であり，算数科でも学習してきていることでもあるため最初に位置付けている．「繰り返しの関係」では，再帰関係をとらえて問題解決することを学ぶが，再帰関係の表現として言葉の式を想定しており，文字式の学習以前に扱うことが可能である．また，先述したように，大域的変化をとらえようとする際にまず局所的変化のパターンに着目するのは自然かつ基本的である．その見方を，*対応*の規則を学習するより前にしっかりと扱っておくというねらいがある. そして, 本単元で学習することは今後どの領域を学習する上でも基礎となるため, 1 年の第 2 章に位置付けている．

(2)「事象の見方」（表とグラフ・繰り返しの関係）の指導計画

<u>全 7 時間</u>

§1　表とグラフ

時数	探究テーマ	内容
第 1 時～第 3 時	容積最大の箱づくり	与えられた 1 枚の紙から容積が最大となる箱をつくる. 容積は長さの 3 次関数で表されるため式で表すことはできないが, 実際に箱をつくってデータをとることで表やグラフに整理し，問題解決を図る．
第 4 時	グラフに表す・グラフをよむ	物体の動きをグラフに表したり, グラフから物体の動きをよみとったりする．

§2　繰り返しの関係

時数	探究テーマ	内容
第 1 時（本時）	薬の服用①	繰り返しの関係というパターンを認識し, 素朴な言葉の式に表し，数値計算に用いる．
第 2 時	薬の服用②	繰り返しの関係を NOW-NEXT の式に表し, 数値計算に用いる．
第 3 時	年少人口	繰り返しの関係があると仮定し，NOW-NEXT の式に表し，数値計算に用いる．

３．教材について

(1) 本時で課す探究課題とその設定理由

本時では次の「薬の服用」を探究課題として扱う．

ゆうさんは，病気を治療するためにある薬を飲むことになり，薬局で 40mg を 8 時間ごとに飲むよう指示された．薬剤師さんによると，服用した 8 時間後に体内にある薬の量は，8 時間前の服用直後の半分になるという．なぜ，体内の薬の量が半分になる 8 時間ごとに飲むよう指示されるのだろうか．8 時間ごとに飲んだ直後に体内にある薬の量を調べることを通して探究してみよう．

図 2　「薬の服用」問題

この探究課題を設定した理由は次の 3 点である．

第一に，薬を飲むことは生徒たちにとって身近な事象であり，問題解決の意義があると考えられる．問題解決の結果，薬の量が体内で安定することを読み取れる．第二に，繰り返しの関係を実感しやすいと考えられる．薬を飲んでいく行動はまさに繰り返しになっている．第三に，発展性がある．40mg を半減期ごとに飲んでいくと 40mg と 80mg の間で安定するが，これを一般化すると服用量とその 2 倍の間で安定することがわかる．また服用のタイミングを体内量が半分から変えてみるとどうなるかという問題設定も可能である．このような様々な場合を探究してみることで，体内量の変化についての理解が深まるし，繰り返しの関係を式に表現し数値計算を行うという一連のプロセスの実感も増してくると考えられる．ただしタイミングをずらした場合の体内量の変化の根拠には一般項が必要になるため，中学校 1 年段階ではそこまで行えない．

（2）探究課題を課す際の留意点

本探究課題は，中学 1 年生にとっては課題の理解がいくらか難しいことが懸念されるため，まずは生徒たちが薬の服用に対して持っているイメージをふくらますことができるようにする必要があると考える．まず,「毎食後」と「8 時間ごと」の指示は生徒たちにとってずれがあると考えられるため，それが同じである前提をおく．筆者がかつて両方の指示が併記された薬の袋を渡されたことがあるので，その写真を見せるつもりである．次に，薬物動態は本来的に血中濃度で議論されるが，ここでは単純化して体内量で議論することを前提におく．そして最後に,「薬は飲みすぎるとよくないだろうし，効かなかったら意味がないと考えられる」ことを最初の時点で共有しておく．この共有により，服用の指示をきちんと守ればおかしな状態にはならないはずであることを確かめるという解決の方向性が生まれる．

（3）取り上げたい生徒とその意図

本探究課題は，単元「数列」であれば漸化式に表現して数学的モデル化のプロセスを進めることができるが，中学校 1 年生でもそれなりのプロセスを進めることが可能である．その中で，本時で特に取り上げたい生徒は以下の解決を図っている者である．

まず，素朴に問題状況を絵にしたり図示したりするなどしてイメージしている生徒である．「薬の服用」問題では，たとえ本校の 4 年生（高校 1 年生）であっても，図 2 のように状況をイメージする生徒が現れる．中学校 1 年生であればなおさら現れると予想できる．この解決は，クラス全体に対して，体内量が増加していくものの変化量は減っていくことの実感や，その様子が繰り返しの計算で表現されることの実感を促すと考える．

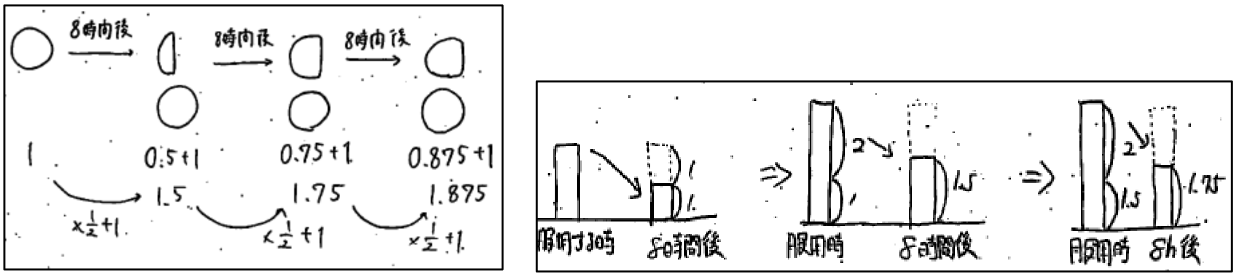


図 2　問題状況を図示している本校 4 年生の記述（本課題とは数値設定が異なる）

次に，「÷2 して＋40 する」計算を繰り返し，80 に近づいていくと数学的結論を述べている（あるいは，80 という具体的な数値がなくても，あまり増えていかなくなると述べている）生徒である．後に，その解決活動を対象化することで，課題に即した言葉の式（例えば「飲んだ直後÷2＋40＝その次に飲んだ直後」）に表現することを目指す．

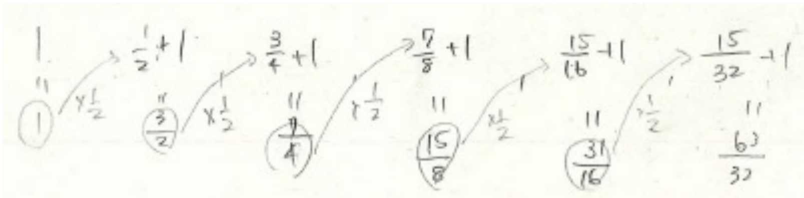


図 3　×1/2 して 1 加える計算が見える本校 4 年生の記述（本課題とは数値設定が異なる）

（4）事象に即した言葉の式に表現させるための手立て

では，事象に即した言葉の式に表現させるために教師は何を行うか．本時では，先の生徒たちの解決を取り上げた後，まず，「体内量は 80 に近づいていくようだが，80 には達するのか？あるいは 80 を超えていくのか？」を問いとして発する．その問いに対するアプローチはいくつか考えられるが，ここで期待するのは，先の生徒の活動を対象化し，「÷2 して＋40 する」計算を繰り返していることを根拠とするものである．中学校 1 年生段階の根拠としては以下のようであれば十分であると考える．

> 40から始めて÷2して＋40する計算を繰り返していくと，変化量は減りつつも体内量は増加していく．80 に達するとしたら 80÷2＋40＝80 が繰り返されるので，80 は超えない．また，飲んだ直後の値が 80 未満である限り，÷2 して＋40 してもまた 80 未満である．その値をまた÷2 して＋40 しても 80 未満である．それが同じように続いていくので，80 には達しない．

最初の，体内量が増加していくことは生徒たちの直観に依拠することになるが，先に述べた取り上げたい生徒が 40，60，75，…のように具体的な数値を求めていることを想定しており，それを見れば，体内量は増加していくものととらえると考える．

以上のようにして「÷2 して＋40 する」計算が言及されたら，その計算を簡潔・明瞭に表現できないかを議論し，事象に即した言葉の式へと定式化を目指す．そして，それが定式化されたら，その式を活かして，グラフ関数電卓の RUN 機能を用いて数値計算していけることを指導したい．これは，繰り返しの関係を等式として定式化しておけば，その等式を入力することで数値計算を実行していけるという，繰り返しの関係を定式化することの価値づけを意図するものである．ここで初めて Answer 機能を教える予定である．なお，グラフ関数電卓は表示桁の限界から 80 を表示してしまうことに留意しておく．

図 4　グラフ関数電卓の Answer 機能を用いた数値計算

（5）本時の解決と次時の展開

本時では，体内量の上限が 80mg に近づいていくことから，下限がどうなるかを確認し，体内量が約 40mg と約 80mg の間で安定するという解釈を行う．ここで，授業の最初に共有しておいた，「薬は飲みすぎるとよくないだろうし，効かなかったら意味がないと考えられる」イメージを確かなものにする．すなわち以下の図 5 のような図を見せ，薬には有効域があり，用法を守ればその域で安定するようになっていることを解釈するのである．本時はここまでの解決を目指す．

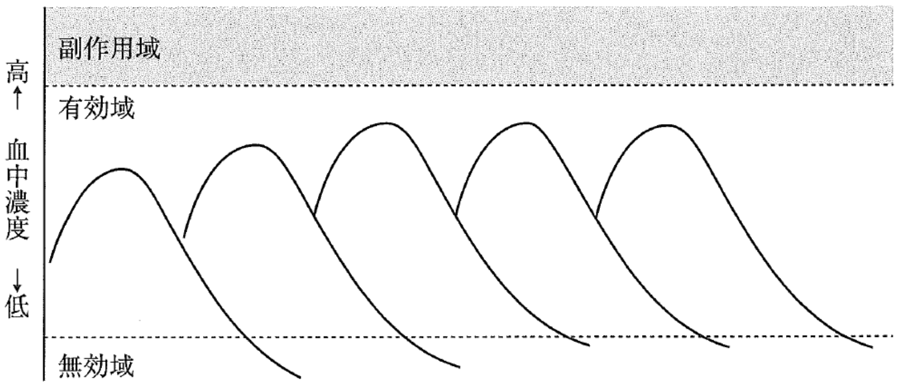


図 5　血中濃度の有効域・副作用域・無効域（橋本信也ほか，2002）

次の第 2 時では次の解決を進める．まず，40mg ずつ飲んでいくと約 40mg と約 80mg の間で安定することから，飲む量とその 2 倍の量の間で安定することが予想できる．それを確かめるために，飲む量を変え，事象に即した言葉の式に定式化し，再び数値計算させたい．その上で，予想が正しそうであることを確かめ，飲む量とその 2 倍の量の間で安定することがあらかじめわかっていれば，薬を投与する側がコントロールしやすくなるというところまで解釈したい．次に，今度は薬を飲むタイミングを半減期から変える．例えば，体内量が 1/3 になるタイミングで服用していくと，飲む量の 3/2 倍で安定することがわかる．中学校 1 年生段階ではその理由まで追究できないが，タイミングを変えても安定はすること，ただし飲む量と安定する量の間に規則性が見えづらいことから，なおさら半減期に飲むと飲む量とその 2 倍の間で安定することがうまくできていることを実感できると考える．

そして，以上のように飲む量や飲むタイミングを変えた場合において，事象に即した言葉の式に表し，数値計算を行うことは第 1 時の評価になるし，繰り返しの関係を定式化することやその価値について実感を促すことになると考えられる．これら一連の活動を振り返り，繰り返しの関係に焦点をあてて，それを表現するための手段として NOW-NEXT を導入する．第 3 時では，別の事象に対して繰り返しの関係を仮定し，NOW-NEXT の式に定式化して問題解決を進めることを目指す．

４．本時案

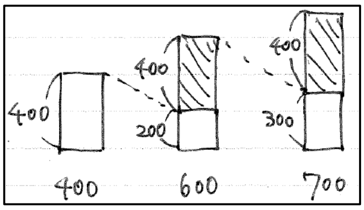
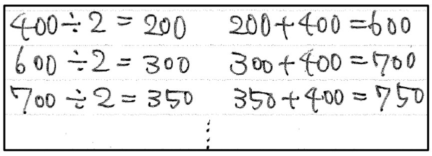
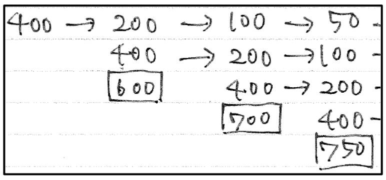
（1）本時の目標

規準 B：事象に潜む繰り返しの関係を認識し，一般的な規則として，事象に即した言葉の式に定式化する．

規準 D：定式化した規則に基づく数値計算を実行し，その結果を事象に照らして解釈する．

（2）本時の展開　※T は教師の問い，S は生徒の反応，●は状況に応じた手立て

時間	指導内容・主な発問と予想される生徒の反応	留意点
10	**１．問題提示** T1：皆さん，例えば風邪をひいて熱が出たときなどに薬を飲んだことがあると思います．以前，私がちょっとした病気になったとき，ある薬を処方されました．そのときの薬の袋が写真のもの（後掲図 a）です．「8 時間毎（毎食後）」に飲むことと指示されています．そこでふと思ったのは，なぜ「8 時間毎（毎食後）」に飲むよう指示されるのかということでした．調べてみてわかったことは，飲んで 8 時間たつと体内の薬の量が代謝・排出されて徐々に減って半分になる薬が，8 時間ごとに飲むよう指示されるということでした．体内での薬の量について，皆さんはどんなイメージを持っていますか． S1-1：減っちゃうと効かなくなるから，その分を補充している． S1-2：飲みすぎはよくないと聞く．飲む量が決められている． S1-3：治るまでの間，常に大体同じ量があるようにしている． T2：減ったら効かなくなるし，飲みすぎはよくない．体内で大体同じ量になっているのでしょうか．今日はその点を探究しよう． ゆうさんは，病気を治療するためにある薬を飲むことになり，薬局で 400mg を 8 時間ごとに飲むよう指示された．薬剤師さんによると，服用した 8 時間後に体内にある薬の量は，8 時間前の服用直後の半分になるという．なぜ，体内の薬の量が半分になる 8 時間ごとに飲むよう指示されるのだろうか． T3：「8 時間毎」と「毎食事」はおそらくずれることになりますが，そこはどうしますか． S3-1：とりあえず 8 時間ごとに飲むとして考える． S3-2：ずれても大丈夫なようになっていると思う． T4：とりあえず 8 時間毎に飲むとして考えれば解決を進めることができそうですね．では，体内にある薬の量を調べることを通して探究してみよう．	・PowerPoint を用いて写真を提示する． 時間に比例して減少するわけではないことに言及する． ・代謝・排出については生徒がイメージできるように伝えるよう留意する． ・薬の飲みすぎはよくないことと，薬の量が少ないと効かないだろうことは共有できるようにしておく． ・これまでに「仮定をおく」ことをあまり経験してきていない．必要ならここでその必要性を共有できるようにする．

15	**２．自力解決** S4-1：絵にしたり図示したりするなどして問題状況をイメージする．  S4-2：飲んだ直後の体内量について÷2 して 40 加える計算を繰り返し行う．  S4-3：1 回の服用量を半分にしていき各回の合計を求める．  S4-4：800 に近づいていく． S4-5：あまり増えていかない． S4-6：どんどん増えていく． S4-7：服用直後の量の差が半分ずつになっていく． S4-8：80 との差が半分ずつになっていく． S4-9：何をやっていいのかわからない T5：（S4-1，S4-2 で分析が S4-4 や S4-5 になっている生徒を指名し板書させる.）	・図は例である． ・S4-1 から S4-3 までは体内量の数列を生み出すまでの方法であり，S4-4 から S4-8 まではそれら数列の分析である． ・左は飲んだ直後の量についての記述例であるが飲む直前の量への言及も想定できる． ・薬を飲む回数が必要なら 5 日飲み続けることに統一する． 評 B：繰り返しの関係を何らかの形で表現しているか． ・S4-9 の生徒には，体内量が半分になると新たに飲むという一連の過程を改めてイメージさせ，数値の上で順にたどるよう促す．
15	**３．比較検討・議論①（80 に近づいていくかどうかの議論）** S6：（S4-2 の説明）毎回飲んだ直後の体内量を順に求めると 400，600，700，750，775，786.25…となりました．あまり増えていかず，飲み続けると 800 に近づいていくと思いました． T7：体内量は 800 に近づいていくとのことですが，飲み続けるとしたら 800 には達しそうですか？あるいは 800 を超えていきそうですか？それを，S4-2 が行っていることに基づいて説明できそうですか？ S7：S4-2 は，飲んだ直後の体内量を÷2 して＋400 することを繰り返している．飲んだ直後の値が 800 未満である限り，それを÷2 して＋400 してもまた 800 未満である．その後も同じことが続いていく．だから 800 には達しない． T8：その根拠になっている繰り返しの計算とはどんな計算ですか．言葉を含んでよいので式に表現するとどうなりますか． S8-1：飲んだ直後の体内量÷2＋400＝次に飲んだ直後の体内量 S8-2：○や□，文字を使う．（○÷2＋40＝□など） S8-3：1 回目÷2＋400＝2 回目，2 回目÷2＋400＝3 回目，…	●80 に近づいていく分析をした生徒がいない場合， S4-5 を取り上げ，飲み続けると体内量がどうなりそうかを問う． ●発言があまりないようなら，近くの生徒と相談する時間を設ける． ●S4-7 や S4-8 の発言もあり得る．それはそれで評価し，S4-2 の活動を基にして説明できないか改めて問う． ・言葉や文字の中身が重要である．隣接二項間の関係に一般的に言及でき

	T9：（S8-1 を取り上げて）S7 が言った，飲んだ直後の値が 800 未満である限りまた 800 未満になってその後も同じことが続いていくとはどういうことですか. S10：式にある「飲んだ直後の体内量」が 800 未満であれば「次に飲んだ直後の体内量」も 800 未満．その値が新たな「飲んだ直後の体内量」になるから，また「次に飲んだ直後の体内量」も 800 未満．同じことが繰り返されるだけなのでずっと 800 未満. T10：S6 の発表からも読み取れるように，飲んだ直後の体内量は徐々に増えていくけれど 800 には決して達しないのですね. T11：「飲んだ直後の体内量÷2＋400＝次に飲んだ直後の体内量」のように繰り返し行われる計算が式に表されていると，グラフ電卓にその式を入力することでもっと早く，簡単に値を求めていくことができます．計算してみよう. S11-1：本当だ，次々に求めていける. S11-2：800 になっちゃった.	るような言葉になっているか留意する. ・この式で出力された値が再び同じ式に入力されること，それが繰り返されることを確認する. 評 D：式を入力して体内量の値を次々に求めていき，80 に近づいていくことを確かめているか. ・表示桁の限界により 800 になってしまうことを説明する.
5	**４．比較検討・議論②（80 に近づいていくことの解釈）** T12：飲んだ直後の体内量は 800mg に限りなく近づいていくことがわかりました．このとき飲む直前の体内量はどうなりますか？ S12：直後の量が 800mg に近づいていくのだから，飲む直前はその半分（あるいは 40 加えられる前）だから 40mg に近づいていきます. T13：飲む直前の量が 400mg，直後の量が 800mg に近づいていくということは，何を意味していますか. S13-1：体内量が約 400mg と約 800mg の間で行き来するようになる. S13-2：最初に確認したように，薬は減ったら効かなくなるし，飲みすぎはよくない．この薬でいうと 400mg 未満が効かなくて，800mg を超えるとよくないのではないか. T14：（有効域の図を見せて）体内量が半分になるタイミングで飲んでいくことで，有効域で安定するようになっているのですね.	評 D：直前の量が 400mg，直後の量が 800mg に近づいていくことを問題状況に照らして解釈しようとしているか. ・血中濃度の図であることに一言言及する.
5	**５．まとめ** T15：以下の点をまとめる. ・体内量が半分になるタイミングで繰り返し飲んでいくことで，薬の量が有効域で安定するようになっていると考えられる. ・繰り返しの関係をとらえ，式に表すことで，その式を利用して変化の様子を調べることができる. S15：学習感想を書く.	

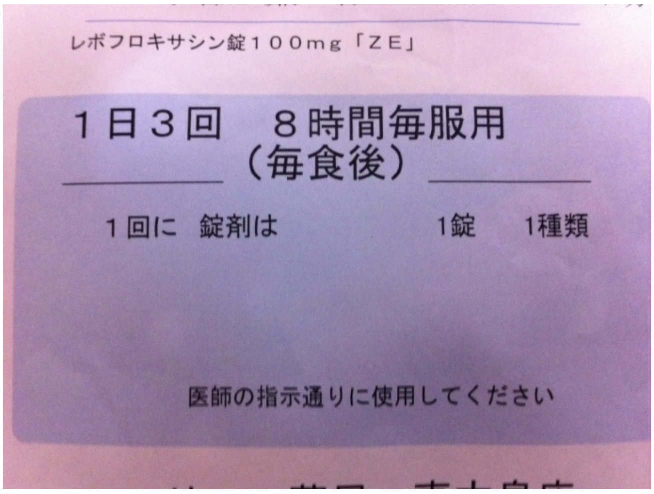
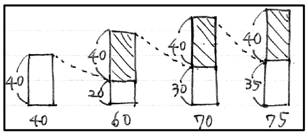


図 a　筆者が実際に渡された薬の袋

５．板書計画

※使用教室は黒板が 2 枚ある．またスクリーンを別に設置予定であるが，黒板 1 の右 1/4 程度をスクリーンとして使用する可能性がある．その場合はその部分の板書が黒板 2 へとずれる．

（S4-1 の板書） 	（S4-2 の板書） 40÷2＝20　20＋40＝60 60÷2＝30　30＋40＝70 70÷2＝35　35＋40＝75 ⋮	Q　飲んだ直後の体内量は 80 に近づく？達する？超える？ （S7 の説明の板書） 飲んだ直後の値が 80 未満である限り，それを÷2 して＋40 してもまた 80 未満である．その後も同じことが続いていく．だから 80 には達しない．	S4-2 は， 飲んだ直後の体内量÷2＋40＝次に飲んだ直後の体内量(※)を繰り返している →グラフ電卓で計算できる！ 80 に近づくように増えていくことがわかる．

黒板 1

Q　飲む直前の体内量は？ 40mg に近づくように増えていく． Q 飲む直前が 40mg に，飲んだ直後が 80mg に近づくように増えていくことの意味は？ ・薬の量が常に約 40mg と約 80mg の間（有効域）で安定するようになる	(※)のように繰り返しの関係を式に表すことで変化を調べることができる．	

黒板 2

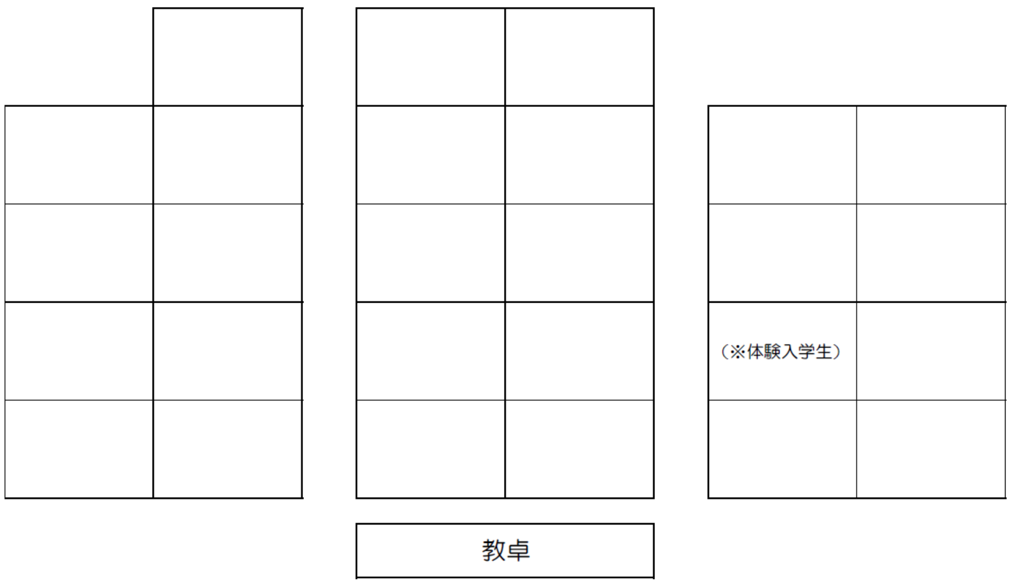
写真を含む問題提示のためのスライド
（自力解決時にはずっと提示しておく）
→ グラフ電卓の説明
→ 有効域の図

スクリーン

６．評価の計画

本時における評価は，ワークシートおよび学習感想を回収すること，および発言をビデオで記録することによって行う．また，次時では「飲む量とその 2 倍の量の間で安定するのかどうか」や「体内量が 1/3 になるタイミングで飲んでいくとどう変化することになるか」といった課題が探究される．そこでもワークシートおよび学習感想を回収し，発言をビデオに記録することで，本時の規準 B・規準 D に関わる目標が達成されているかどうかを評価する．さらには，第 3 時で探究される「年少人口」問題（本資料では省略）において，第 2 時までに扱われた，事象に潜む繰り返しの関係というパターンを認識し，一般的な規則として“NOW-NEXT”の式に定式化し，そしてその規則に基づく数値計算を実行し，その結果を事象に照らして解釈することを行えるかどうかを評価する予定である．

７．座席表



本稿の引用・参考文献

International Baccalaureate Organization（2014），*Middle Years Programme Mathematics guide*，www.ibo.org.

イアン・スチュアート（2000），「変化」，『世界は数理でできている』（L.A.スティーン編，三輪辰郎訳），丸善.

小寺隆幸（2009），「離散的変化の探究を中学関数指導に組み込む意義と方法」，『学芸大数学教育研究』，21，39-49.

小林廉（2011），「現実事象の探求を通して数学的対象を創出するための教材とその価値―漸化式と「薬の服用」問題―」，『教材学研究』，22，69-76.

橋本信也ほか（2002），『第 5 版各科・専門のお医者さんによる薬と病気の本』，保健同人社.