繰り上がり，繰り下がり

高橋　昭彦*

一年生の教科書をアメリカの先生方に見せると，しばしば，「なぜ，足し算が⑴と⑵の２つの単元に分かれているのか？」と質問してくる．「どちらも一桁どうしの足し算なのに，なぜ一学期と二学期に分けて指導するのか，まとめて指導した方がいいのではないか」と言われたとき，最初，いったいなぜその様なことを聞かれるのか理解できなかった．

というのは，日本の先生方にとってみれば，一学期に学習するのは，一桁どうしの足し算のうち繰り上がりのないものだけであり，二学期に学習するのは繰り上がりのある足し算であることは常識である．一学期に，具体物などを用いて10までの数の合成分解を十分に経験し，それを土台に，繰り上がりのない足し算，繰り下がりのない引き算をしっかりと定着するまで身につける．そして，二学期には，これをもとにして繰り上がりのある足し算，繰り下がりのある引き算を学習することは，足し算引き算の概念形成と共に，数を理解する上で大切な数感覚を養うこともねらっている．

ところが，アメリカの先生方の話を聞いてみると，一年生で，繰り上がりのある足し算，繰り上がりのない足し算，とを分けて考えることはないというのである．そして，さらに驚いたのは，「繰り上がり」といった言葉に対応する英語が存在しないのである．もっとも，筆算の指導になると，繰り上げることを“carrying”と表現したり，繰り下がることを“borrowing”，または繰り上がり，繰り下がりをひっくるめて“regrouping”と表現したりすることはあるが，一桁どうしの足し算では，特に繰り上がりのありなしを区別することなく指導し，最終的に基本的な足し算として全て暗唱できるようにすることをねらっているようである．

したがって，一年生の一学期で扱う足し算と引き算を英語で表現するには，“The addition of an one-digit number with an one-digit number, whose sum is smaller than or equal to 10 and the subtraction which is the inverse of this addition.”と表現しないとなかなか理解してもらえない．同様に，２学期に扱う足し算と引き算についても“The addition of an one-digit number with an one-digit number, whose sum is greater than 10, or the subtraction which is the inverse of this addition.”と表現するようにした．というのは，アメリカでも，和が10までの足し算と，和が10より大きい足し算という表現をすることがあるが，繰り下がりの有る無しで引き算を分けて表現することはあまり見かけないからである．

とはいえ，単に日本語で表現されたことを英語に訳すだけでは，なぜ日本の教科書が，このような単元構成で基本的な足し算引き算を指導しているのか，アメリカの先生や教育学者に理解しにくいだろう．というのは，アメリカでは一般に，一桁どうしの足し算やその逆の引き算は，具体物を用いたり，数えたし，数え引きなどをして[*1]計算の結果を求め，最終的には反復練習を通してそれを暗唱できるようになる，という指導が主流を占めている．そこでは，数の合成分解や，倍や半分といった数どうしの関係を理解することも重視されているようだが，基本的には暗記が中心であるようだ．

これに対して，日本で行われているのは，教えることはなるべく少なくし，あとは子どもたち自身に考えさせようという考え方に基づく単元構成であるといえよう．つまり，10までの合成分解を，足し算，引き算の前に位置づけ，活動を通して子どもたちが十分感覚として身につけるまで指導する．そして，10までの足し算とその逆の引き算に

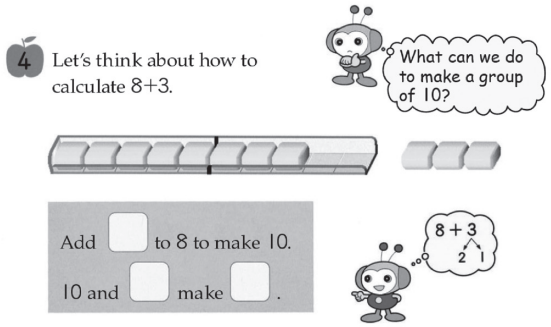
＊ディポール大学教育学部准教授

ついては，教師が教えなくとも子どもたちが数の合成分解の学習をもとに自分たちで考え，計算結果を求めることが出来るようにする．さらに，その後練習を重ねて，計算の結果をいちいち考えなくとも求められるようにする．そして，さらに「10といくつ」という見方で20までの数を合成分解したり，十の位どうし，一の位どうしで足し算をしたりしながら，数に対する見方を豊かにしていく．その後はじめて，繰り上がり，繰り下がりのある計算方法を，既習事項を基に子どもたち自らが考え出せるような学習を仕組むのである．

アメリカでも，最近，このような10までの数の合成分解をもとに，子どもたちに計算方法を考えさせるような指導に重点を置くことが強調されるようになってきた．たとえば，NCTM が2006年に発表した Curriculum Focal Points（教育課程の重点） では， これまで中心的に扱われてきた “counting on”（数えたし） ばかりではなく，“making ten”（十をつくる）など交換法則，分配法則など計算の性質をつかった方法を子どもたちに考えさせることを強調している（p. 13）．

10のまとまりに目をつけて計算の仕方を考える方法を， 英語では，Break-Apart-to-Make-Ten (BAMT) method とよんでいる．これは，数え足しや数え引きが数を順序数（ordinal number）という面からみて計算の結果を求めるのに対して，BAMT は数を集合数（cardinal number） という面からみて計算の結果を求める考え方である．このような10のまとまりに目をつける考え方は，アメリカの研究者の間でも，十進位取り記数法の特性を生かした考え方であり，筆算につながる重要な考え方であることが指摘されている ADDIN EN. CITE ADDIN EN. CITE. DATA（Fuson, 1992; Murata & Fuson, 2006）．しかしながら，アメリカの多くの教室では，まだあまり10のまとまりに積極的に目をつけて考える方法を用いて子どもたちに計算の方法を考える授業は行われていないようである．

このような指導を行うにあたって，日本では先生方の専門用語として，加数分解，被加数分解，減加法，減減法といった，10のまとまりに目を向けたさまざまな計算方法に対する呼び名がつけられている．そして，授業研究や教材研究の場を通して，先生方がこれらの用語を用いて，問題の数値をどのようにすると，子どもたちからどのような計算方法が出やすいか，などといったことを盛



東京書籍　Mathematics 1 for Elementary School, p. 65

んに議論している．もっぱら数え足しや数え引きにたよっているアメリカの先生方の間には，このような数を分解したり合わせたりして10のまとまりを作る考え方が子どもたちから出てくるとは到底予想しないだろうし，また，それ以前に，これら特定の計算方法を示す共通の専門用語すら存在していない．

今後，NCTM が推奨するような，BAMT を中心に据えた低学年の指導がアメリカで行われるようになったとき，加数分解，被加数分解，減加法，減減法などが，英語でどのように表現されるようになるのか，興味深いところである．

【参考文献】

Fuson, K. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. In D. Grouns (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York, NY: Macmillan Publishing Company.

Murata, A., & Fuson, K. (2006). Teaching as Assisting Individual Constructive Paths within an Interdependent Class Learning Zone: Japanese First Graders Learning to Add Using 10. Journal for Research in Mathematics Education.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence.

＊1　数直線や1004ⓑ-ト（百までの数の表）もよく使われています．