

乗法・除法の用いられる場面

高橋 昭彦*

CCSS の乗法・除法について

前回に引き続き、アメリカの共通カリキュラム CCSS にまとめられている四則の用いられる場面について、日本で広く知られている場面のとらえ方と比較しながら考えていく。

今回取り上げる乗法・除法の用いられる場面 (p. 89, Table 2) の表の背景にある基本的な考え方は、前回取り上げた

加法・減法の用いられる場面と同じである。つまり、乗法の用いられる場面と除法の用いられる場面といったかたちで大別をせず、乗法と除法の用いられる場面 (Common multiplication and division situations) として、表のように、大きく3つの場面に分類している。そして、それぞれについて未知数が何かという視点で3つに分けて、全体を9の場面に整理し、それぞれに具体的な場面を例示している。

	ぜんぶの数 (積) が不明 (Product Unknown)	ひとつ分の数が不明 Group Size Unknown ("How many in each group?" Division)	いくつ分が不明 Number of Groups Unknown ("How many Groups?" Division)
	$3 \times 6 = ?$	$3 \times ? = 18$ $18 \div 3 = ?$	$? \times 6 = 18$ $18 \div 6 = ?$
同じ数のまとまり (Equal Groups)	3つのふくろに、それぞれ6つずつ プラムが入っています。 ぜんぶでプラムはいくつありますか。 〈測定の例〉 それぞれ6インチの長さのひもが3 本必要です。ひもの長さは全部で何 インチですか。	18このプラムをおなじ数ずつ3つの ふくろに分けます。それぞれのふく ろにプラムがいくつ入りますか。 〈測定の例〉 18インチのひもをおなじ長さに3等 分します。1本のひもの長さは、何 インチになりますか。	18このプラムを6こずつふくろに入 れて分けます。ふくろはいくつひつ ようですか。 〈測定の例〉 18インチのひもを6インチの長さに 切っていきます。6インチのひもは 何本できますか。
アレー、面積 (Arrays 注1, Area 注2)	6個ずつ3列つにならんだリングが あります。 リングはぜんぶで何個ありますか。 〈面積の例〉 それぞれの辺の長さが3cmと6cmの 長方形の面積はどれだけですか。	18個のリングを3列つにならべます。 リングはそれぞれの列つに何個ずつ ならびますか。 〈面積の例〉 面積18平方センチメートルの長方形 があります。1辺の長さが3cmだと、 となりの辺の長さは何cmですか。	18個のリングを6個ずつの列に並べ ます。リングは何列になりますか。 〈面積の例〉 面積18平方センチメートルの長方形 があります。1辺の長さが6cmだと、 となりの長さは何cmですか。
比較 (Compare)	青いぼうしは6ドルです。赤いぼう しのねだんは、青いぼうしの3倍で す。赤いぼうしはいくらですか。 〈測定の例〉 6cmの長さのゴムひもがあります。 このゴムひもを3倍にのばすと長さ はどれだけになりますか。	赤いぼうしは18ドルで、これは青い ぼうしの3倍のねだんです。青いぼ うしはいくらですか。 〈測定の例〉 もとの長さの3倍に伸びたゴムひも の長さをはかったら18cmでした。こ のゴムひももとの長さはどれだけ でしたか。	赤いぼうしは18ドル、青いぼうしは 6ドルです。赤いぼうしのねだんは、 青いぼうしのねだんの何倍ですか。 〈測定の例〉 6cmの長さのゴムひもがありました。 このひもを18cmになるまでのばしま した。のびたひもの長さはもとの長 さの何倍でしょうか。
一般式 (General)	$a \times b = ?$	$a \times ? = p$ $p \div a = ?$	$? \times b = p$ $p \div b = ?$

* デイポール大学教育学部准教授

注1：アレーの問題例は、アレー問題の中から最も易しいものを選んだ。難しい問題は、rows（横の列）と columns（縦の列）の両方の言葉を含む。例えば、「店頭でリンゴが横に3列、縦に6列に並べられている。リンゴは何個ありますか」といった表現で表された問題を扱うことも大切である。

注2：面積の測定は、すき間や重なりがなくびったりと格子状に並べられた正方形を用いるので、測定にかかわるアレーの問題として重要である。

(Common Core State Standards mathematics <http://www.corestandards.org/>, p. 89より引用、日本語訳は筆者による)

乗法と除法の関係について

この表でまず注目したいのは、乗法と除法の関係を、それなりにわかりやすく整理しようとしている点である。これまでも、アメリカでは除法は乗法の逆であることなどを子どもたちに理解させることが重要であると言われてきたが、実際に教室で、それらの関係をしっかりと理解できるように指導することはあまりなされていなかったようである。そればかりか、乗法や除法の用いられる場面を、文章問題などを用いて理解させるような指導よりも、むしろ計算練習に重きが置かれていたような実態もしばしば耳にする。文章問題を理解し、その内容を式に表し、その上で解決に取り組むこと、そして、その過程を通して乗法・除法そしてそれらの関係を十分に理解できるようにすることは、今後、加法・減法の指導同様に強調されていくことが期待できよう。

さらに、このことに関して興味深いのは、CCSSでは日本の学習指導要領と異なり、乗法と除法をどちらも3年生で導入することとしている点である。ご存知のように、学習指導要領では、乗法は2年生、除法は3年生で導入することとなっているので、必然的に乗法についての理解を土台に除法を理解するというかたちになる。しかし、CCSSでは、乗法と除法を同時に並行して導入するという指導も考えられることになる。これは、シンガポールの教科書などに見られるような展開であり、乗法と除法の関係をどのような形で強調し扱っていくかという判断が、教科書編集者に委ねられることになる。

さらに、表にまとめられた内容を見て目につく事柄から少し述べてみる。

まず、最初に気付くのは、乗法の式の表し方である。CCSSでは、以前にも述べたアメリカの教科書などで広く用いられる方法で、乗法の式を表すようにしている。

これは、日本の表し方、(ひとつ分の数)×(いくつ分)=(ぜんぶの数)とは異なり、(いくつ分)×(ひとつ分の数)

= (ぜんぶの数) としている。しかし、ここで注目したいのは、CCSSの素案では、同数累加で定義して乗法を、発表されたCCSSでは、おなじ数のまとまりに目を付けて全体の数を求める計算として定義している点である。このことは、昨今、乗法は同数累加であると導入すべきとしていた一部の数学教育学者との議論にひとつの終止符を打つ決断であると評価できよう。そして、この乗法の意味とともに、等分除を Group Size Unknown, “How many in each group?” Division, そして包含除を Number of Groups Unknown, “How many Groups?” Division としてしっかりと強調したことは大変重要なことである。というのは、日本の教育現場では常識であるこの除法の2つの意味を、アメリカでは子どもたちはもちろんのこと、現場の先生方でもしっかりと理解していないからである。したがって、CCSSにこの2つの意味が、乗法の意味としっかりと関連づけて明示されたことは、今後のアメリカの小学校における算数指導に大いに影響を与えることが期待されることである。

次に気付くのは、乗法の用いられる場として、アレー図ならびに面積を独立させたこと、さらに、割合を求める除法を含むいわゆる割合の三用法を乗法と除法の用いられる場面として整理したことである。

特に、後者、比較 (compare) として割合にかかわる乗法と除法の関係を、整理したことである。蛇足になるかもしれないが、英語では、比較を compare と表現し、前回紹介した加法・減法の用いられる場面の表でも、今回の乗法・除法の表にも同じように問題場面の型分けに使われている。しかし、ここで重要なのは、加法・減法を用いた compare では、2つの数を、差でくらべることを指すが、乗法・除法では、割合でくらべることを指していることである。つまり、おなじ compare でも両者のくらべかたが異なることを子どもたちにきちんと理解させなければならない。

この点、日本語では、compareにあたる「比較」と言う言葉に、差で比べることと割合で比べることの両方の意味が含まれていると言うことを聞いたことがある。比較の「比」はもちろん割合で比べること、そして「較」は差で較べることを意味しているという。

教師が教材研究を通して、加法・減法そして乗法・除法の相互関係と、それぞれの用いられる場面についてしっかりと理解していることこそ、子どもたちが四則を正しく用いて問題解決する力を身につける事につながるということは、日本だけではなく、今後、アメリカでもさらに強調されていくであろう。