

CCSS における図形の取扱い

渡辺 忠信*

1. アメリカの図形領域の取扱いについて

アメリカの児童・生徒の図形の領域の成績は、NAEP のような国内の調査や TIMSS, PISA などの国際調査の報告を見ても芳しくない。今回から3回に分けてアメリカでの小学校に於ける図形の指導の問題点、今回発表された CCSS での図形の領域の取扱い、そして将来の展望について述べていきたいと思う。今回は低・中学年に於ける図形の指導に焦点を当ててみる。

アメリカの小学校での図形の指導を見ていてしばしば思うのは、その主な目的がいろいろな形の名前を覚えることに偏っていることである。その1つの大きな理由は図形の名前の難しさにあるのではないかと思われる。前回のお金の指導に関してのコラムの中で、アメリカの硬貨には penny, nickel, dime, quarter などと、特殊な名前が使われるが、日本の硬貨は単に1円玉, 5円玉, 10円玉……と数名が使われており、名前からその額面が簡単にわかることにふれた。同じように、小学校で取り扱われる平面図形の名前を比べてみると次のようになる。

三角形	四角形	五角形	六角形	八角形	十角形
triangle	quadrilateral	pentagon	hexagon	octagon	decagon

もちろん、これらの言葉も語源を探ればそれぞれ3 (tri), 4 (quad), 5 (penta) ……と関連しているわけではあるが、小学校の子どもたちはこの語源を簡単に理解するのを期待することはできない。さらに、日本語では「六角形」と言えば、「角」(頂点)が6つある形と理解できる。しかし英語では triangle が「角」(angle) が3つであるが、quadrilateral では「lateral」, 「まわり」又は「辺」が4つとなる。そしてそのあとに続く「gon」の語源はギリシャ語で、やはり「角」を意味する。現在あまり使われていないが四角形のもう1つの言葉として「quadrangle」というのがあるが、そうすれば日本語と同じように「角」の数を表すことに統一されるが、やはりそういった語源を理解して図形の名前を覚えることは小学生にはちょっと無理であろう。

立体図形の名前は、立方体は cube と簡単だが、直方体をどう英訳すればよいかずいぶん悩まされた。現在アメリカで使われている教科書などでは rectangular prisms という表現がよく使われているが、これは角柱 (prism) のうち底面が長方形のものという意味である。しかし、角柱というもっと一般的な名称に制限を付けるという形の命名法では、小学校の子どもたちには適さないのではないかと思われる。同じような言葉で rectangular parallelepiped というものもあるが、これはもっとなじみにくい難しい言葉になってしまう。以前はアメリカでも使われていたと思われ、現在でもほかの英語圏の国で使われている言葉 (例えばシンガポールの教科書) である “cuboid” という名前が比較的簡単で、しかも “cube” と似ていて良いように思う。しかし、同僚の数学教育者に聞いても知らないという人の

方が多い。このような複雑な図形の形の名前の学習は子どもたちにとって容易なことではなく、先生方も指導にいろいろと思慮するところだと思う。

2. 図形の名前における不安点

さて、これからアメリカの多くの州で実施されていくことになる Common Core State Standard ではこうした基本的な図形はどのように取り扱われているのであろうか。Kindergarten の図形の領域は大きく “Identify and describe shapes” と “Analyze, compare, create, and compose shapes” に分けられている。つまり、いろいろな形を身の回りから見つけその形を言葉で表現し、それを分析、比較、合成したりするということである。ここで取り扱われる図形としては正方形, 円, 三角形, 長方形, 六角形, 立方体, 円すい, 円柱, 球があげられている。第1~3学年では図形の領域の副題として “Reason with shapes and their attributes” とあり、図形とその構成要素や性質を用いて考えることに焦点が当てられている。取り扱われる図形は第1学年では Kindergarten での形に加えて台形と円柱が含まれ、第2学年では五角形、第3学年では菱形がリストに加えられる。第4・5学年では図形をその構成要素や性質に目を付けて分類することになる。例えば、第4学年では違った種類の角(直角, 鋭角, 鈍角)を用いて三角形を分類したり、辺の平行・垂直を用いて四角形を分類することになっている。

このような CCSS の図形の指導内容の説明を見ていると、今までのアメリカの小学校の教室で行われてきたような、いろいろな図形の名前を正しく言い表せることに偏った学習とあまり変わるところがないのではないかと心配になる。実際に Kindergarten のスタンダードでは “using names of shapes” (図形の名前を使って) と明記されている。この「名前を使って」というところが大きな問題点であると思われる。日本の小学校指導要領解説の1年生には「ものの形を認める」とある。これは、「児童の身の回りにあるタイルや敷石の敷き詰めなどの具体物の中から、形のみに着目して、『さんかく』、『しかく』、『まる』などの形を見つけてことができることである。また、箱の形、筒の形、ボールの形などの身の回りにおける立体については、立体を構成している面の形に着目して、『さんかく』、『しかく』、『まる』などの形を見つけて」とある。CCSS にも、同様な考えが次の第1学年のスタンダードで触れられている。

1.5.1 Distinguish between defining attributes (e.g., triangles are closed and three-sided) versus non-defining attributes (e.g., color, orientation, overall size); build and draw shapes to possess defining attributes.

1.5.1 図形の決定要素 (例えば三角形は3本の辺によって囲まれた形) とそうでない要素 (例えば、色, 向き, 大きさ) の区別をすることができる; 決定要素を使い、図形を書いたり作ったりすることができる。

*ケネソー (ジョージア) 州立大学理学部

つまり、色や大きさは違うが同じ形であるとか、同じ色でも形の違う色板などを用いた活動を通して、形に焦点を当てていく活動が低学年では重要であるということだ。このように「名前を使う」ということの前に、まず子どもたちが「ものの形を認める」という学習が必要であることを教師がはっきりと理解して指導することが、低学年の図形指導では特に大切であることが読み取れる。ただ、このスタンダードがなぜKindergartenではなく、1年生のスタンダードとして含まれている意図は、明確ではない。

図形の名前に関して、もう1つ日本語と英語の違いは、低学年で使われている図形の名前が、例えば、「さんかく」、「しかく」、「まる」という子どもが日常生活の中で使っている言葉であって、2年生で学ぶ「三角形」、「四角形」、そして3年生で学ぶ「円」という、数学的に定義された図形の名前と区別してあることである。英語には、「さんかく」、「しかく」、「まる」に対応するような児童が使う言葉がない。したがって、図形の学習の最初から数学的な名前である“triangle”(三角形) “rectangle,”(長方形) “square,”(正方形) “circle”(円) などを用いて指導することになる。大人の観点から見ると“quadrilateral”(四角形) という言葉は数学用語であるが、“rectangle,” “square” という言葉は毎日の生活で使っている言葉で、子どもたちもそれに接する機会が多いので、Kindergartenのスタンダードから使っても差し支えないことになる。しかし、こうした言葉の区別がないことは、スタンダードを解釈しどの学年でどういった図形の指導をするかを判断する時に問題となる。

3. 図形の正式な定義について

まず1つの問題は、いつ図形の正式な定義が取り扱われるべきかが曖昧になってしまう点である。日本の指導要領及び解説書では、数学的な図形の名前がその形が定義される学年から使われるので、いつその定義がなされるべきかが使われている言葉から明らかである。逆に、そのような言葉の使い分けがないアメリカでは、数学的な定義がなされる学年をよりはっきりと明記することが必要とされる。しかし残念なことに現在のCCSSにはそれぞれの図形の定義がいつ指導されるべきなのかしっかりと明記されていない。

例えば前述した1年生のスタンダードには、三角形の決定要素とは「3本の辺によって囲まれた形」とある。このことから、三角形の数学的な定義が第1学年でなされるべきだと解釈もできる。しかし、このスタンダードではそのほかの形について触れられていない。さらに“defining attributes”(決定要素) ということが図形の数学的な定義のことなのか、そうでない要素の例が図形の形に關係のないものばかりなので曖昧である。例えば、長方形の向かい合った辺の長さが等しいということは、長方形の性質であって長方形を定義するものではないが、決定要素とそうでないものを区別して理解するということは、こういった定義と性質の違いを理解することなのかははっきりしない。さらに、こういった性質がどの学年で取り扱われるのかも明記されていない。

もう1つの問題点は、図形の定義がいつ取り扱われるかが不明であるということ、ある特定の学年での数学的な図形の名前が必ずしも厳密な意味で取り扱われていないことである。例えばKindergartenでは、四角形(quadrilateral)という言葉の代わりに長方形(rectangle)、正方形(square)が使われているが、この時の“rectangle”(長方形)は4つの直角がある四角形で、“square”(正方形)は特別な“rectangle”であるという関係の理解をKindergartenの児童に求めるものではない(であろう)ということである。同じように第2学年で「台形」という言葉が使われているが、それも長方形でも正方形でもない四角形と言った感じで使われているように思われる。しかし、そういった説明はCCSSには含まれていない。

日本では文科省の発表する指導要領解説書でこうした点のはっきりと説明されており、教師の指導要領の内容の理

解の手助けとして重要な役割を担っている。アメリカには「解説書」の様なものが今までなかったが、現在CCSSの作者らによってProgressionsという「解説書」的な文書の作成が進められており、一刻も早く発表されることを願っている。

こうした短所もあるCCSSではあるが、図形の領域で“reasoning”が強調されていることは、今までの名前を覚えることが中心の図形の指導からぬけ出すことを狙いとしていることの現れでないかと思われる。下の図は、我々が英訳した教科書の1年生で行われる3つの活動であるが、これらをアメリカの先生方に紹介すると、「なるほど、こうやって子どもたちが図形の構成要素に注目する力の土台を作るのか」と感心する。(2)では既にでき上がった形(タイル)を、(3)では「辺」にあたるひごを、そして(4)では頂点にあたるドットをとそれぞれ子どもたちが図形を異なった視点で構成できるように意図的に変化を持たせているところに感心しているわけである。これらの活動はただ単に形で遊んでいるように見えるかもしれないが、本当は“reasoning”の素地作りとしての大切な活動なのである。

2 Use 4 colored pieces and make these shapes.



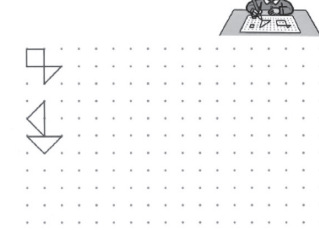
東京書籍 Mathematics for Elementary School, 1, p. 101

次の図は2年生の教科書で長方形が定義された後に出てくる問題だが、ここで期待されているのは、子どもたちが長方形の定義を使い、それぞれの四角形が長方形であるかどうかをしっかりと認識し理由を持って答えられることである。つまり、子どもたちが、例えばAは直角が2つしかないので長方形でないとか、Cは傾いているが直角が4つある四角形なので長方形であると説明できることである。このように、与えられた図形が定義の条件を満たしているかどうかを確認し

3 Use colored sticks to make different shapes.



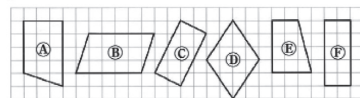
4 Connect the dots, and draw different shapes.



東京書籍 Mathematics for Elementary School, 1, p. 103

弁別することは、CCSSの目指す“reason with shapes”の大切な第一歩であると思われる。こうしたことを丁寧に積み重ねることが、高学年、そして中学校、高等学校での図形の勉強の大切な基盤となることをしっかりと意識して小学校の低・中学年の図形の指導にあったって欲しいものである。次号では、図形の定義付けをするために果たす、子どもたちの図形を描いたり構成したりする活動について述べていきたい。

1 Please find the rectangles in the pictures below.



東京書籍 Mathematics for Elementary School, 2B, p. 7